Trabajo de continuidad pedagógica de matemática 2do bimestre.

TEMA. Factorización

▶ SABERES DINÁMICOS

Factorear un polinomio es transformarlo en un producto de otros polinomios primos o irreducibles, que reciben el nombre de factores.
Cuando un polinomio no se puede factorizar se lo denomina **polinomio irreducible** o **primo**. Para factorizar un polinomio se pueden utilizar diferentes casos.

Factor común

Se denomina **factor común** de todos los términos de un polinomio a la expresión común en todos ellos.
Para extraer factor común se deben seguir los siguientes pasos:

Para recordar pág. 137

Paso	Ejemplo
1. Se identifica el factor presente en todos los términos del polinomio.	$P(x) = 12x^5 - 9x^3 + 15x$ $P(x) = 4 . 3x . x^4 - 3 . 3x . x^2 + 5 . 3x$
2. Se divide cada uno de los términos del polinomio por el factor común.	$\frac{12x^5}{3x} = 4x^4$ $\frac{-9x^3}{3x} = -3x^2$ $\frac{15x}{3x} = 5$
3. Se expresa el polinomio como el producto entre el factor común y, entre paréntesis, los resultados de haber dividido cada término por el factor común.	$P(x) = 3x . (4x^4 - 3x^2 + 5)$

Factor común por grupos

En algunas situaciones, cuando el polinomio no tiene un factor común a todos los términos, es posible factorizarlo aplicando **factor común por grupos**.
Siempre que los términos del polinomio puedan reunirse en grupos de igual número de términos, con un factor común en cada uno de ellos, se extrae ese factor común en cada grupo; si en cada uno de los paréntesis queda la misma expresión, se la saca a su vez como factor común, quedando así el polinomio expresado como un producto de factores comunes.

Paso	Ejemplo
1. Se forman grupos de la misma cantidad de términos de manera tal que en cada uno hay un factor común.	$S(x) = 6x^3 - 9x^2 + 14x - 21$ $S(x) = (6x^3 - 9x^2) + (14x - 21)$ $S(x) = (2 . 3x^2 . x - 3 . 3x^2) + (2 . 7 . x - 3 . 7)$
2. Se extrae el factor común de cada término, debiendo aparecer el mismo factor entre paréntesis para poder extraerlo nuevamente como factor común.	$S(x) = 3x^2 . (2x - 3) + 7 . (2x - 3)$
3. Al extraer nuevamente factor común la expresión queda factorizada a través del factor común por grupos.	$S(x) = (2x - 3) . (3x^2 + 7)$

2. Extraigan factor común.

a. $12x^3 - 4x^2 + 16x^4 =$ ____________

b. $-2x + 4x^2 - 8x^3 =$ ____________

c. $5x^4 + 15x =$ ____________

d. $ax^3 + a^2x + a^3x^2 =$ ____________

e. $21x^6 + 14x^2 - 49x^3 =$ ____________

f. $xy - x^2y^3 =$ ____________

g. $\frac{1}{6}x^4 - \frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{3}x^5 =$ ____________

h. $ab^2x + a^2bx^4 + ab^3x^2 =$ ____________

3. Completen cada expresión para que se verifique la igualdad en cada caso.

a. $5x^3 + 15x^2 - 25x = \boxed{} \,.\, (x^2 + 3x - 5)$

b. $2x^3 + 4x^5 - \boxed{} = 2x^2 \,.\, (\boxed{} + 2x^3 - 4)$

c. $\frac{5}{2}x^4 - \boxed{} = \boxed{} \,.\, (5x^2 - 3)$

d. $2ax^2 - \boxed{} = 2ax \,.\, (\boxed{} - 2a)$

e. $-4y^4 - \boxed{} - 6y^3 = -2y^2 \,.\, (\boxed{} + 1 + \boxed{})$

f. $\frac{7}{3}x^2 + \boxed{} - \frac{49}{3}x = \boxed{} \,.\, (x + 2x^2 - 7)$

4. Extraigan factor común por grupos.

a. $4a + 4b + xa + xb =$ ____________

b. $2x^2 + 2ax + x + a =$ ____________

c. $x^3 - ax + 3x^2 - 3a =$ ____________

d. $3xy - 9bx + 3x - y + 3b - 1 =$ ____________

TEMA: Función polinómica

Una función de la forma $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$, siendo n un número natural y $a_n, a_{n-1}, \dots, a_2, a_1, a_0$, números reales, es una **función polinómica**.

- Si $a_n \neq 0$, entonces la función es de grado n.
- El **dominio** de las funciones polinómicas es el conjunto de los números reales ($\mathbb{R}$).
- Las funciones polinómicas son **continuas**.
- El **orden de multiplicidad** de una raíz es el número de veces que esa raíz se repite como tal.

$f(x) = 5x^4 . (x+1)^3 . (x-2) = 5x . x . x . x . (x+1) . (x+1) . (x+1) . (x-2)$

$x_1 = 0 \rightarrow x_1$ *tiene orden de multiplicidad 4.*

$x_2 = -1 \rightarrow x_2$ *tiene orden de multiplicidad 3.*

$x_3 = 2 \rightarrow x_3$ *tiene orden de multiplicidad 1.*

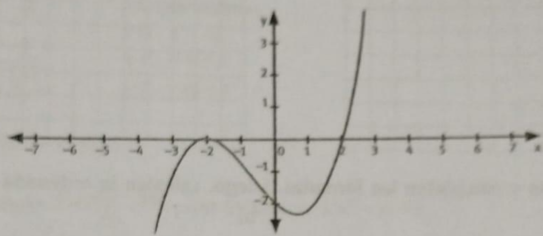
El **conjunto de positividad** (C^+) de una función polinómica está formado por todos los valores del dominio para los cuales la función es positiva.

$C^+: x \in D_f \wedge f(x) > 0$

El **conjunto de negatividad** (C^-) de una función polinómica está formado por todos los valores del dominio para los cuales la función es negativa.

$C^-: x \in D_f \wedge f(x) < 0$

8. Observen el gráfico y marquen las opciones correctas.



a. ¿Cuál es el conjunto de positividad de la función?

○ $(2;+\infty)$ ○ $(-2;2)$ ○ $(-\infty;-2) \cup (2;+\infty)$

b. ¿Cuál es la ordenada al origen?

○ $(-2;0)$ ○ $(0;2)$ ○ $(0;-2)$

c. ¿Cuál es la multiplicidad de las raíces?

○ -2 es par y 2 es impar. ○ -2 es par y 2 es par. ○ 2 es impar y 2 es impar.

d. ¿Cuál es la fórmula factorizada de la función?

○ $f(x) = (x-2).(x+2)^2$ ○ $f(x) = \frac{1}{4}.(x-2)^2.(x+2)$ ○ $f(x) = \frac{1}{4}.(x-2).(x+2)^2$

Grafico aproximado de la función polinómica.

Para realizar un grafico aproximado se deben seguir los siguientes pasos:

1) Hallar la ordenada al origen de la función P=(0;a)
2) Expresar la función en forma factorizada (utilizando factor común, factor común por grupos, regla de Ruffini)

3) Determinar las raíces y su orden de multiplicidad
4) Armar una tabla de valores
5) Hallar los intervalos de positividad y negatividad de la función

Funciones polinómicas

Gráfico Aproximado de la función $f(x) = 2x^3 + x^2 - 16x - 15$

* Ordenada al origen $P = (0; -15)$

$f(x) = 2x^3 + x^2 - 16x - 15$

* Forma factorizada

$f(x) = (x+1).(2x^2 - 1x - 15)$

$\boxed{f(x) = (x+1).(x-3).2.(x+5/2)}$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 2 & 1 & -16 & -15 \\ -1 & & -2 & 1 & +15 \\ \hline & 2 & -1 & -15 & 0 \end{array}$$

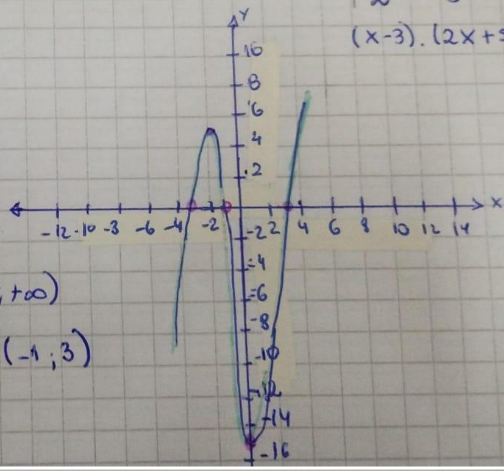
$(x+1).(2x^2 - 1x - 15)$

$$\begin{array}{r|rrr} & 2 & -1 & -15 \\ 3 & & 6 & 15 \\ \hline & 2 & 5 & 0 \end{array}$$

$(x-3).(2x+5)$

$(2x+5) = 2.(x+5/2)$

$R_1 = -1$ atraviesa
$R_2 = 3$ atraviesa
$R_3 = -5/2$ atraviesa



x	y
-4	-63
2	-27
6	357
-2	5

$C^+ = (-5/2; -1) \cup (3; +\infty)$

$C^- = (-\infty; -5/2) \cup (-1; 3)$

9. Expresen las siguientes funciones en forma factorizada.

a. $f(x) = x^3 - 5x^2 + 7x - 3$

d. $f(x) = x^3 - 19x - 30$

b. $f(x) = 2x^2 - 4x - 30$

e. $f(x) = x^3 - 2x$

c. $f(x) = x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 4x + 4$

f. $f(x) = x^3 + 2x^2 + 9x + 18$

TEMA: funciones. Clasificación de funciones. Función inversa

Funciones

INFOACTIVA

Una **función** es una relación entre dos variables en la cual a cada valor de la primera (independiente) le corresponde un único valor de la segunda (dependiente).

El conjunto **dominio** de la función (D_f) está formado por los valores que puede tomar la variable independiente. El conjunto **codominio** (C_f) está formado por todos los valores que puede tomar la variable dependiente.

El conjunto **imagen** (I_m) es un subconjunto del codominio formado por los valores que toma la función.

La imagen de x a través de la función f se denota con la expresión $\mathbf{y = f(x)}$.

$f: A \rightarrow B$ es función de A en B $\Leftrightarrow \forall x \in A: \exists!\, y \in B / y = f(x)$ ($\forall$: "para todo"; $\exists!$: "existe un único")

La representación gráfica de una función es el conjunto de todos los puntos (x;y), para los cuales (x;y) es un par ordenado de *f*.

Clasificación de funciones

Una función es **inyectiva** si y solo si a elementos distintos del dominio les corresponden imágenes distintas en el codominio.

$\forall x \in A: x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2) \Leftrightarrow \forall x \in A: f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$

f es inyectiva si no existe una recta paralela al eje x que pase por dos puntos de *f*.

f no es inyectiva si existe una recta paralela al eje x que pase por dos puntos de *f*.

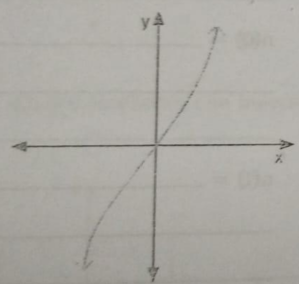
Una función es **sobreyectiva** si y solo si a todo elemento del codominio le corresponde una preimagen en el dominio.

$\forall y \in B: \exists x \in A / y = f(x)$

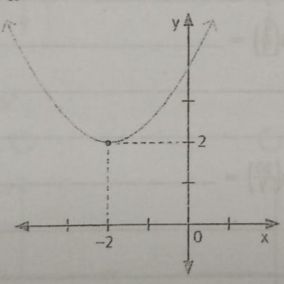
Una función es **biyectiva** si y solo si es inyectiva y sobreyectiva.

2. Escriban el dominio y la imagen de las funciones representadas en cada gráfico.

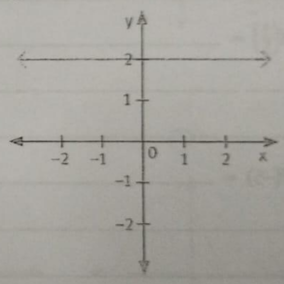
a.



c.



e.



Función inversa

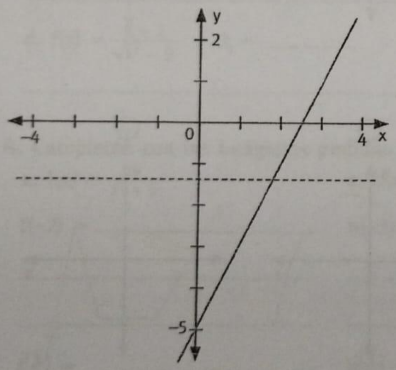
INFOACTIVA

¿PARA QUÉ SIRVE?
PÁGINA 7

Dada f: $A \to B / y = f(x)$ se puede obtener una **función inversa** f^{-1}: $B \to A / x = f^{-1}(y)$ que solo existe en el caso de que la función f sea biyectiva.

Para obtener la fórmula de la función inversa, se debe realizar un cambio de variables.

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R} / f(x) = 2x - 5$



- f es inyectiva porque no existe una recta A paralela al eje x que pase por dos puntos de la función f.
- f es sobreyectiva porque a todo elemento del codominio le corresponde una preimagen en el dominio.
- f es biyectiva porque es inyectiva y sobreyectiva.

$y = 2x - 5 \Rightarrow \frac{y+5}{2} = x \Rightarrow x = \frac{1}{2}y + \frac{5}{2}$

Realizando el cambio de variable se obtiene la función inversa.

$f^{-1}: \mathbb{R} \to \mathbb{R} / f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

7. **Determinen un dominio para cada función de manera que se pueda obtener la función inversa. Luego, hallen la inversa de cada función e indiquen su dominio.**

a. $f(x) = 3x - 6$ $D_f = \boxed{}$

$f^{-1}(x) = \boxed{}$; $D_{f^{-1}} = \boxed{}$

d. $k(x) = x^3$ $D_k = \boxed{}$

$k^{-1}(x) = \boxed{}$; $D_{k^{-1}} = \boxed{}$

b. $g(x) = 4x + 2$ $D_g = \boxed{}$

e. $l(x) = \sqrt{x+1}$ $D_l = \boxed{}$