Trabajo de continuidad pedagógica de matemática 1er Bimestre

TEMA: razones trigonométricas

Razones trigonométricas

INFOACTIVA

¿PARA QUÉ SIRVE? PÁGINA 13

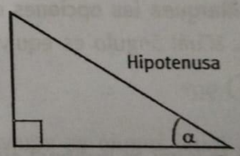
Se llaman **razones trigonométricas** a las que relacionan las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo con los ángulos agudos del mismo.

Razones directas — Razones recíprocas

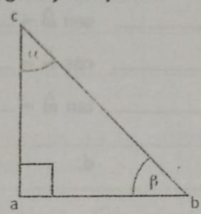
$\text{sen } \hat{\alpha} = \dfrac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} \rightarrow \text{cosec } \hat{\alpha} = \dfrac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}}$

$\cos \hat{\alpha} = \dfrac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} \rightarrow \sec \hat{\alpha} = \dfrac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}}$

$\text{tg } \hat{\alpha} = \dfrac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} \rightarrow \text{cotg } \hat{\alpha} = \dfrac{\text{cateto adyacente}}{\text{cateto opuesto}}$



5. Tengan en cuenta el siguiente triángulo y completen.



a. $\text{sen } \hat{\alpha} = \dfrac{\square}{\square}$ d. $\text{cosec } \hat{\alpha} = \dfrac{\square}{\square}$ g. $\text{sen } \hat{\beta} = \dfrac{\square}{\square}$ j. $\text{cosec } \hat{\beta} = \dfrac{\square}{\square}$

b. $\cos \hat{\alpha} = \dfrac{\square}{\square}$ e. $\sec \hat{\alpha} = \dfrac{\square}{\square}$ h. $\cos \hat{\beta} = \dfrac{\square}{\square}$ k. $\sec \hat{\beta} = \dfrac{\square}{\square}$

c. $\text{tg } \hat{\alpha} = \dfrac{\square}{\square}$ f. $\text{cotg } \hat{\alpha} = \dfrac{\square}{\square}$ i. $\text{tg } \hat{\beta} = \dfrac{\square}{\square}$ l. $\text{cotg } \hat{\beta} = \dfrac{\square}{\square}$

6. Resuelvan usando la calculadora.

a. $\text{sen } 46° =$ ______ f. $\text{sen } \hat{\alpha} = -0{,}76 \Rightarrow \hat{\alpha} =$ ______

b. $\cos 132° \, 10' =$ ______ g. $\cos \hat{\beta} = 0{,}85 \Rightarrow \hat{\beta} =$ ______

c. $\text{tg } 222° \, 25' \, 36'' =$ ______ h. $\text{tg } \hat{\delta} = -1{,}532 \Rightarrow \hat{\delta} =$ ______

d. $\text{sen } 305° \, 12' =$ ______ i. $\text{sen } \hat{\omega} = 0{,}14 \Rightarrow \hat{\omega} =$ ______

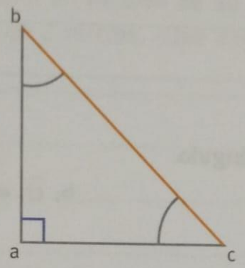
e. $\text{tg } 125° =$ ______ j. $\cos \hat{\varepsilon} = -0{,}9 \Rightarrow \hat{\varepsilon} =$ ______

Resolución de triángulos rectángulos.

Resolver un triángulo rectángulo consiste en averiguar la longitud de sus tres lados y la amplitud de sus ángulos agudos.

Para resolver utilizaremos las razones trigonométricas.

b. Datos: $\begin{cases} \hat{b} = 37^\circ \\ \overline{ac} = 23\text{ cm} \end{cases}$



Hallen $\overline{ab}$, $\overline{bc}$ y $\hat{c}$.

Para calcular $\overline{ab}$ se debe recurrir a una función trigonométrica que vincule los datos con el lado:

$$\operatorname{tg} \hat{b} = \frac{\overline{ac}}{\overline{ab}} \Rightarrow \operatorname{tg} 37^\circ = \frac{23\text{ cm}}{\overline{ab}} \Rightarrow \overline{ab} = \frac{23\text{ cm}}{\operatorname{tg} 37^\circ} \Rightarrow \overline{ab} \cong 30{,}52\text{ cm}$$

Para calcular $\overline{bc}$ se razona en forma análoga:

$$\operatorname{sen} \hat{b} = \frac{\overline{ac}}{\overline{bc}} \Rightarrow \operatorname{sen} 37^\circ = \frac{23\text{ cm}}{\overline{bc}} \Rightarrow \overline{bc} = \frac{23\text{ cm}}{\operatorname{sen} 37^\circ} \Rightarrow \overline{bc} \cong 38{,}22\text{ cm}$$

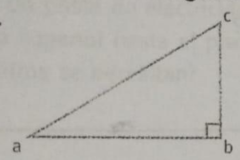
Para calcular $\hat{c}$ se aplica la propiedad de los ángulos interiores de un triángulo:

$$\hat{a} + \hat{b} + \hat{c} = 180^\circ \Rightarrow \hat{c} = 180^\circ - 90^\circ - 37^\circ \Rightarrow \hat{c} = 53^\circ$$

Actividad.

29. Resuelvan los siguientes triángulos rectángulos.

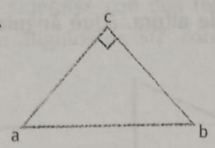
a.



$\overline{ab} = 10{,}5$ cm
$\overline{bc} = 7{,}2$ cm

$\overline{ac} = \square$; $\hat{a} = \square$; $\hat{c} = \square$

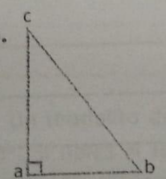
c.



$\overline{cb} = 9{,}2$ cm
$\hat{b} = 32^\circ$

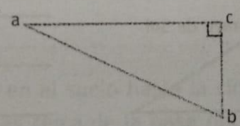
$\overline{ab} = \square$; $\hat{a} = \square$; $\overline{ac} = \square$

b.



$\overline{ab} = 5{,}5$ cm
$\overline{bc} = 12{,}8$ cm

d.



$\overline{bc} = 7{,}3$ cm
$\hat{a} = 61^\circ$

TEMA: Cónicas

Circunferencia.

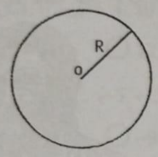
INFOACTIVA

¿PARA QUÉ SIRVE? PÁGINA 6

Se llama **circunferencia** al conjunto de puntos de un plano que equidistan de otro punto fijo.

Ese punto fijo es el **centro** de la circunferencia y la distancia del centro a cualquier punto de la misma se denomina **radio**.

Para determinar una circunferencia se necesita conocer su centro y su radio.



o: centro

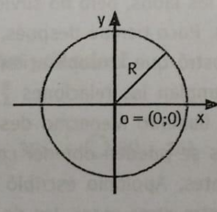
R: radio

C(o;R)

Si se ubica la circunferencia en un sistema de ejes cartesianos, se obtiene la **ecuación canónica** de la misma.

- El centro de la circunferencia es el punto (0;0).

$$x^2 + y^2 = R^2$$

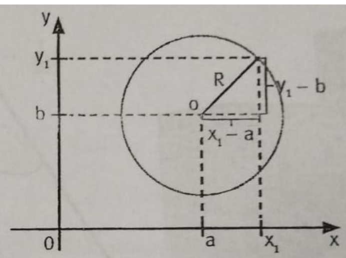


- El centro de la circunferencia está desplazado al punto (a;b).

Si se aplica el teorema de Pitágoras, se obtiene:

$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ ⟵ Ecuación canónica de la circunferencia.

Si se desarrollan los cuadrados de los binomios de la expresión $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$, se obtiene la **ecuación general** de la circunferencia.



$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$$
$$x^2 - 2ax + a^2 + y^2 - 2by + b^2 - R^2 = 0$$
$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + a^2 + b^2 - R^2 = 0$$

$x^2 + y^2 - Ax - By + C = 0$ ⟵ Ecuación general de la circunferencia

Hallen la ecuación canónica de las siguientes circunferencias:

a. Centro (4;–2) y R = 3

$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$

$(x - 4)^2 + (y + 2)^2 = 9$

b. $x^2 + y^2 + 4x - 12y + 4 = 0$

$x^2 + 4x + y^2 - 12y = -4$

$(x^2 + 4x + 4) - 4 + (y^2 - 12y + 36) - 36 = -4$

$(x + 2)^2 + (y - 6)^2 = 36$

3. Escriban la ecuación canónica de cada circunferencia y grafíquenlas.

a. centro: $(-3;1)$ y R: $\sqrt{6}$

Ecuación canónica: ....

b. centro: $\left(\frac{7}{2};-3\right)$ y R: 4

Ecuación canónica: ....

4. Hallen la ecuación general de cada circunferencia.

a. $(x-1)^2+(y+4)^2=25$

....

Ecuación general: ....

b. $(x+2)^2+(y-5)^2=16$

....

Ecuación general: ....

Elipse.

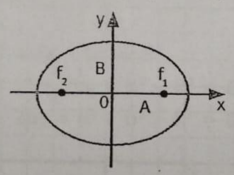
Se llama elipse al conjunto de puntos de un plano, tales que la suma de sus distancias a dos puntos fijos llamados focos es constante.

Ecuación de la elipse

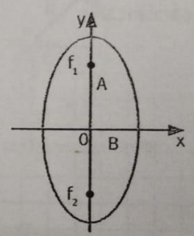
Para determinar una elipse se necesitan conocer las coordenadas del centro y las medidas de los diámetros. Ubicando la elipse en un sistema de ejes coordenados cartesianos, se obtiene la ecuación de la misma.

- El centro de la elipse es el punto (0;0).

$$\frac{x^2}{A^2}+\frac{y^2}{B^2}=1$$

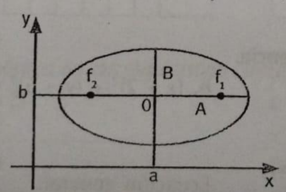


$$\frac{x^2}{B^2}+\frac{y^2}{A^2}=1$$



- El centro de la elipse está desplazado al punto (a;b).

$$\frac{(x-a)^2}{A^2}+\frac{(y-b)^2}{B^2}=1$$



Actividad. Hallar el centro, los vértices, la excentricidad de la elipse y luego graficarlas.

10. Completen con los elementos pedidos. Luego, grafiquen cada elipse en una hoja.

a. $\frac{(x+2)^2}{25} + \frac{(y-3)^2}{4} = 1$

____

____

centro = ________

a_1 = ________; b_1 = ________; f_1 = ________

a_2 = ________; b_2 = ________; f_2 = ________

b. $\frac{(y+1)^2}{25} + \frac{(x-1)^2}{4} = 1$

____

c. $\frac{(y+2)^2}{36} + \frac{(x-1)^2}{9} = 1$

____

____

centro = ________

a_1 = ________; b_1 = ________; f_1 = ________

a_2 = ________; b_2 = ________; f_2 = ________

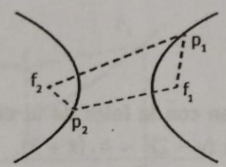
d. $\frac{(x-3)^2}{49} + \frac{(y-2)^2}{9} = 1$

____

hipérbola.

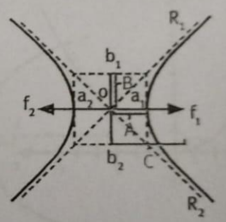
Se llama **hipérbola** al conjunto de puntos de un plano, tales que el valor absoluto de la diferencia de sus distancias a dos puntos fijos llamados **focos** es constante.

$$\left|\overline{p_1f_1} - \overline{p_1f_2}\right| = \left|\overline{p_2f_1} - \overline{p_2f_2}\right|$$



Elementos principales de una hipérbola

- El centro: o.
- Los vértices: a_1 y a_2.
- Los focos: f_1 y f_2.
- La distancia focal: $\overline{f_1f_2} = 2C$.
- El eje real: $\overline{a_1a_2} = 2A$.
- El eje imaginario: $\overline{b_1b_2} = 2B$.
- Las asíntotas R_1 y R_2, (rectas que, prolongadas indefinidamente, se acercan continuamente a una curva sin llegar a encontrarla nunca).



En la hipérbola se cumple que: $C^2 = A^2 + B^2$.

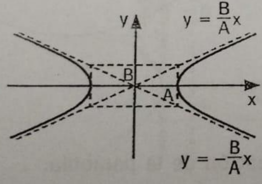
Como en la hipérbola C > A, la excentricidad es mayor que uno $\left(\frac{C}{A} > 1\right)$.
En una parábola C = A, por lo tanto la excentricidad de la parábola es uno.

Ecuación de la hipérbola

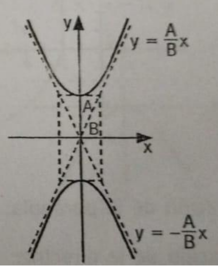
Para determinar la **ecuación de una hipérbola** se necesitan conocer las coordenadas del centro y los valores de A y B. Si se ubica la hipérbola en un sistema de ejes cartesianos, se obtiene la ecuación de la misma.

- El centro de la hipérbola es el punto (0;0).

$$\frac{x^2}{A^2} - \frac{y^2}{B^2} = 1$$



$$\frac{y^2}{A^2} - \frac{x^2}{B^2} = 1$$



Actividad. Hallar todos los elementos de la hipérbola(centro, vértice, asíntotas, excentricidad) y representarlas gráficamente

a) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{16} = 1$
b) $\frac{y^2}{81} - \frac{x^2}{64} = 1$
c) $\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{2} =$
d) $-\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{81} = 1$